

粒计算三元论

姚一豫 (Yiyu Yao)

1. 引言

粒计算是近期备受关注的研究领域之一^[1-16]。有关粒计算的基本概念模型及国内外最新研究动态, 在苗夺谦等人所编辑的《粒计算: 过去、现在与展望》^[17]中有详细的探讨, 涵盖了商空间理论、粒计算模型、信息与知识粒度、粒推理、信息论与粒计算、粗糙集与粒计算、粒计算与数据挖掘等内容。总体而言, 粒计算的研究在过去十年已经取得了令人鼓舞的成果, 特别是中国学者对此起了很大的推动作用^[18-37]。

同时, 我们也应看到目前粒计算研究的不足之处。粒计算研究的主要工作仅停留在对现有结果的重新描述及解释。比如, 粒计算研究的主要成果与粗糙集、模糊集、聚类分析、概念学习及数据分析的结果非常相似, 我们往往并不能看出粒计算自己的独特理论及方法, 这使得不少学者怀疑粒计算作为一个学科存在的价值及其前途。另一部分的研究工作侧重于将其它学科的思想及方法引入到计算机学科, 从而建立一个新的信息处理模式。比如, 认知心理学的结果可以用来支持粒计算研究并启示新的方法。但该方向现有的研究还局限在概念层上的讨论, 我们还没有看到令人振奋的具体结果。

粒计算的研究具有继承和创新双重性^[15]。粒化思想及分层处理方法在很多学科已有广泛应用, 从这一点来讲, 粒计算的研究有其旧的一面。另一方面, 粒计算又有几个新的特征。首先, 粒计算是一种粒化的思维方式及方法论, 而粒化思想存在于各个学科中, 只有将各个学科的粒计算思想进行有效地整理、抽象及结合, 我们才能获得更高一层的、系统的、与具体学科知识无关的粒计算原理。借助于粒、层、序这些与专业知识相对独立的概念, 粒计算可以提供一个描述方法论的通用语言, 使得更多的人能够更有效地应用粒计算原理去解决各种各样的问题。再有, 粒计算是一种新的信息处理模式, 这种模式是粒化及分层思想在机器问题求解中的具体实现。粒化信息处理接近人类信息处理, 其过程可能更容易理解。因而, 粒计算研究对于人类问题求解和机器问题求解都占有重要的地位。

本章的主要目的是介绍粒计算三元论的主要思想及结果^[13-15,38-45]。通过哲学、方法论和信息处理三个侧面的讨论, 我们希望对粒计算有一个整体的、高层次上的认识。通过对不同学科中的方法与策略进行整理、综合与归纳, 我们希望在粒计算框架下对它们赋予新的意义。通过对现有结果的重新解释与组合, 我们希望建立一个新的研究领域。

2. 粒计算研究的思考

为了粒计算研究的发展, 我们必须思考一些基本问题。在本节中, 我们讨论粒计算的认知学基础, 粒计算研究的目标, 以及粒计算研究的核心问题。

2.1 粒计算的认知学基础

粒计算研究人类启示的问题求解理论及方法^[45], 这要求我们首先考虑一下其认知学与心理学基础。从很大程度上讲, 认知学及心理学^[46,47]的很多结果为粒计算提供了依据和支持。在分类、概念形成、语言处理、知识处理、认知过程等许多方面, 我们都能看到粒计算的基本元素, 即多粒度、多层次的表示及处理。

分类与概念

分类与聚类是人类认识的基本活动之一^[46-48]。通过对感知信息及经验的组织与分类, 我们可以将相似的东西看作为一体, 从而不至于迷失在大量的细节中^[48]。分类的结果导致概念的形成。概念的经典解释有两个部分, 其一是概念的内涵, 即所有该概念例子共有的特征; 其二是概念的外延, 即该概念所描述的所有对象^[49-55]。对于一个概念, 我们可以对其命名^[56]。概念名字, 内涵和外延可以看作一个符号三角形 (the meaning triangle) ^[54,57] 的顶点。一个概念由一个符号或词标记, 其内涵描述一种想法、观点或感觉, 其外延指向一组实例。概念是人类思维的基本单元。通过分类与概念学习, 我们可以精确地描述现实世界的事物及我们的经验, 可以抽象地思考现实世界中的事物, 也可以向他人表达、传递自己的思想。

分类与概念形成 (categorization and concept formation) 反映了粒计算的一个基本思想。一个概念可以看作为一个粒。概念的名字也就是粒的名字, 概念的内涵是粒的描述, 概念的外延是粒所包含的实体。分类研究需要考虑两个主要问题, 即聚合与表征 (aggregation and characterization) ^[49]。聚合决定什么实体应该放在一类, 表征刻画类中实体的共有特征。从粒计算的角度上讲, 它们可以理解为粒的构成与描述。

一个分类过程既要实现由相似性导致的合并, 也要实现由不相似性引起的分离^[58,59]。用另一句话讲, 基于相似性可以将小类合并成一个大类; 基于不相似性也可以将大类分为数个小类。分与合的过程很自然地引入了粒度的思想。类和类所对应的概念有大有小, 有些概念可以是其它概念的子概念。这就引出了概念之间的多层次结构。概念由某种偏序关系组织起来的, 例如具体与抽象、特例与范例、基础与衍生。这种多层次的思想对应粒计算的基本要素之一, 即多粒度描述及处理。

语言结构

概念是思维的基本单元。通常，一个概念对应一个自然语言的字词或词组，即自然语言的词是一个概念的记号。通过自然语言，我们能够描述概念之间的关系，表达我们的思维过程和结果，从而有效地进行交流。

粒计算思想在自然语言中的表现至少体现在三个层次上。从词汇层上来看，自然语言中词的层次关系反映了概念之间的关系。相似的概念可以通过同义词来表示，子概念可以用一个狭义的词表示，而父概念可用一个广义词来表示。这样，我们很自然地对词进行分类和排序，从而达到一个对自然语言词汇的多粒度理解与应用。基于自然语言中词汇的多粒度特点，用不同粒度的词汇我们可以对同一个问题得到多层次的描述。从句子层上来看，我们也可以从不同的粒度上构造语言的基本元素，及由字构成词，由词构成词组，然后构成句子^[60]。每一句话表达一个具体的想法，当我们将多个句子有机地、有序地组合成一体，我们得到了一个更高层次上、更完整和更全面的描述。

从很大程度上讲，阅读、写作及交流的有效性决定于我们对自然语言中粒度的掌握及灵活应用^[60-66]。

知识结构

在学习、知识获取及知识管理中，粒计算思想体现在对知识的多层次阶梯式理解与组织。人类的知识，即对现实世界的认识，可以从具体、基本概念、到抽象、高层次概念组成一个多层次的塔状结构^[67]。

知识结构，即概念之间的半序关系，反映了我们对世界不同粒度上的认识。最底层的概念直接与我们的感知相关，也可以理解为最基本的概念。高层的概念依赖于低层上的概念，起源于低层上的概念，也通过低层上的概念给予解释。这样，我们就自底向上地建立起多层知识结构^[68]。如果想有效地解决问题，我们必须掌握知识的多粒度结构，并且能够选择性地采用某一个粒度^[69]。

认知模型与脑模型

概念形成、语言处理、知识获取及学习是最基本、最具代表性的认知活动。虽然现实世界可能不是一个有序的多层次结构，我们对它的认识是基于多层次、多粒度的有序结构。多层次的认知模型和多层次的脑模型也是建立在这种认识的基础上。

Craik和Lockhart提出的关于记忆的层次处理模型是基于人类对刺激在不同层次上、不同阶段上的快速分析^[70-72]。前期，即低层次上的处理，着重于物理及感知特征。而后期，即深层次上的处理，着重于模式识别与语义分析。这种多层次的处理反映不同深度的处理，层越深则语义及认知分析的难度越大。这种分层处理模型与概念及知识的多层次结构是相容和统一的。

Selfridge提出的Pandemonium学习模式^[73]以及它所启示的人类信息处理心理学

模型^[46]也是基于多层次结构。Pandemonium是由很多单一功能的精灵(Demons)组成的一个多层次网络。如果我们采用Pandemonium识别汉字, 每一个低层次上的精灵只需要识别横、竖、撇、勾等简单特征, 它们将结果报告到上一层精灵, 上一层的精灵综合下一层精灵的结果识别一个字的部分, 而更上一层上的精灵将各部分组织起来识别整个字。Pandemonium给出了一个简单有效的由局部到整体的逐层信息处理模型。从粒计算的角度看, 不同层次上的精灵处理不同粒度的信息。

很多学者对认知活动的载体, 即人脑, 也进行了多层次、多粒度的讨论。进化心理学(Evolutionary Psychology)中的大规模模块假设(The Massive Modularity Hypothesis)^[74]提出了一个头脑的模块化认知结构, 即人脑由很多专有功能的计算模块组成。每一个计算模块可以看作为一个粒, 它负责一项简单的、专一的心理活动。Fischer讨论的认知发展理论(Theory of Cognitive Development)^[75]是基于一个多层次认知技能结构, 认知的发展可以解释为一套由不同层组成的技能结构及将这些层联系起来的转换规则。这些层表示不同复杂度的技能, 转换规则将前一层的技能构成本层的技能。Fischer的理论和粒计算思想非常吻合。

脑神经学中大脑皮层分区的研究^[47]更近一步支持粒计算思想。通过将大脑皮层粒化, 将其分为不同的区域, 我们就可以研究大脑不同区域和大脑不同功能之间的关系, 在比较粗的粒度上, 建立计算模块与脑区域的关系。另外几个与粒计算相关的模型是Minsky基于能力(Resource)的脑模型^[76], Hawkins基于大脑皮层多层结构的记忆预测模型(the memory-prediction framework)^[77], Wang等人的脑层次基准模型(Layered Reference Model of the Brain)^[78], 和Zhong关于脑信息学研究的分层模型^[79,80]。

多层次、多粒度结构将认知工具、认知过程、认知模型和脑模型等统一起来。人类的知识结构是一个分层结构。对概念的学习和知识的积累在很大程度上依赖于对概念之间内在联系的挖掘和整理。这就决定了人类的语言也需要符合分层结构, 这样才能准确地描述知识。它同时也决定了人类的记忆也需要符合分层结构, 这样才能准确地存储和处理知识^[77]。所有这一切也暗示了与其相一致的多层次脑模型和信息处理模型。

2.2 粒计算研究的目标

粒计算研究有两个相互联系的目的, 一是指导人类问题求解, 二是实现机器问题求解。为了对粒计算研究的目标有一个深刻的认识, 我们首先谈一下人类问题求解与机器问题求解的整合与分离^[81]。

人类问题求解和机器问题求解的分离与整合

人类智能和机器智能之间存在一些共同的原则, 虽然最终机器智能的实现机制可能不同于人脑, 但是理解人脑的工作机制将有助于实现机器智能。因此, 需要一个统一的框架来整合包括机器智能和人类智能在内的认知系统。人类问题求解与机器问题求解的整合是在一个高层次上探讨它们的共性。其主要假设是, 人类及机器问题求解是基于同样的基本原理。这使得我们对问题求解可以建立一个统一的框架和模型。人类问题求解和机器问题求解可以视为统一原理的不同实现。经过整合, 我们研究问题求解的基本问题, 而不受具体实现方法的限制。

人类问题求解及机器问题求解的分离是在一个低层次上讨论它们各自的特征。我们必须认识到两种求解方式的不同。虽然它们是同一原理的不同实现, 但不同的实现可以给我们不同的启示。通过人类问题求解的研究, 我们可以更好地设计机器实现。人类问题求解可以启示机器问题求解, 只有掌握及精确地描述人类问题求解方法, 我们才能设计并实现机器求解方法。关于这一点, 人工智能的研究是一个很好的例子。人工智能的一些非常成功的结果, 比如定理证明、下棋及推理, 都是基于人对这些工作有深刻的认识, 并能够总结一套完整的方法。因而, 机器也能采用同样或类似的方法进行处理。另一方面, 对于人以为非常简单的问题, 比如, 感知、图像识别与自然语言处理, 计算机并没有取得预期的结果^[42,82,83]。其中一个主要原因是我们并没有完全理解人是怎样完成这些工作的, 因而很难用计算机去实现它们。

通过对机器问题求解的研究, 我们可能更精确地、更形式化地描述理解人类问题求解。借助于机器模拟及实现, 我们有可能搞清楚人类问题求解的基本原理。比如, 计算机的出现导致了信息处理的认知模型。

通过对这两种方式的比较, 我们可以获取更深层上关于问题求解的知识。人类问题求解与机器问题求解的研究是互相支持、共同促进的。人类问题求解及机器问题求解的分离与整合是一个螺旋式的循环上升过程。分离使我们能够看到两者之间的个性及共性。对每一个求解方式更详细的研究, 我们能达到一个高层次上的整合。整合为我们提供了一个进一步认识人类问题求解及机器问题求解的框架, 其结果是对它们在更高层上的理解。

人类与机器问题求解采用不同的实现方式, 却又相互促进。关于人类和机器问题求解的分与合的意义, 我们可以看一下飞机设计这个例子^[48]。航空工程师一开始设计飞机时也没有仔细研究鸟类飞行的原理。最终证明, 研究鸟类如何飞行的原理(机翼提升原理和空气动力学原理)对航空工程师研制出飞机具有明确的指导作用。设计出飞机使得科学家对鸟类如何飞行又有了更深刻的理解。虽然飞机和鸟都能够飞行, 但是其内部构造却不一样, 相应的实现方法也不同。人类和机器问题求解最终可能采用更不同的实现, 但是深入研究人类问题求解的原理, 对机器问题求解将具有更明确的指导和促进作用。机器问题求解也必将给人类问题求解带来新的思路和研究方法。

面向人的粒计算与面向机器的粒计算

粒计算可以看作是一种独特的基于多层次与多视角的问题求解方法。关于人类问题求解与机器问题求解的分离与整合暗示了粒计算研究的两个主要目标^[45]。

粒计算研究的一个目标是揭示人类问题求解的基本原理及机制。在面向人的粒计算研究中, 我们关注一个特定的使用多层次粒度的人类问题求解方法。研究目标包括从不同学科、不同领域提取一套核心的原则、策略、方法及工具, 揭示粒思维的原理, 以及探索人类问题求解的新理论和方法。当我们能够精确地、形式地及系统地描述及掌握粒计算原理, 就能使更多的人有意识地去应用它们, 从而有效地解决问题。

粒计算研究的另一个目标是设计及实现基于人类启示的机器问题求解。在面向机器的粒计算研究中, 我们假设人类问题求解的原则可以同样适用于机器。人类问题求解的原则可以直接或者间接地指导机器实现。人们只有知道解决给定问题的方法, 才可以实现解决该问题的计算机系统。如果没有对人类问题求解的深刻理解, 我们就无法建造相似于人类解决问题水平的机器或系统。虽然机器解决问题的方式与人类可能不一样, 但它们必须基于同样的原理。面向机器的研究目标在于提高机器的有效性和增强其结果的可理解性。如果将人类问题求解的独特性质及有效性通过机器实现, 我们有可能提高机器智能。同时, 我们也应该认识到人类问题求解的基本原理与机制从很大程度上将起着暗示及指导作用。当然, 对于同样的原理, 机器可以采用完全不同于人的方式实现。

粒计算与文学编程

通过对人类问题求解与机器问题求解的分离与整合, 我们可以明确地看到粒计算的两个目标。相对而言, 面向人的粒计算并没有受到应有的重视。粒计算研究最理想的结果是一个统一模型, 它使得我们既能分离又能整合人类问题求解与机器问题求解。关于这一点, 我们可以通过计算机程序设计这个例子来说明。

计算机程序设计是一个非常典型的问题求解例子。结构化程序设计体现了粒计算的很多思想。这包括分层, 自顶向下设计, 逐层细化, 模块化程序结构等^[84-87]。程序设计的结果, 即程序, 有两个功能。其一是指令计算机去完成给定的任务。其二是给出一个完成该任务的形式化描述。前者可以认为是面向机器的程序, 而后者是面向人的程序。对于前者, 程序的可读性并不重要, 整个程序的开发过程并不重要, 机器只需要一个最终结果。对于后者, 程序的结构、可读性非常重要, 程序的开发过程, 中间结果等信息是必不可少的。

Knuth提出的文学编程(literate programming)^[88]给出了解决这个问题的一个非常漂亮的答案。文学编程的主要思想就是将面向人的程序与面向机器的程序进行分离与统一。文学编程的一个重要特征是使用了一个双语言系统, 即一个文本编辑语言和一个程序设计语言的组合。基于自然语言, 文本编辑语言可以描述程序逻辑、开

发过程、及其他相关信息,更利于程序员表达问题求解思想和方法。程序设计语言可以更精确的描述面向机器的程序。在WEB这个文学编程系统中,源程序由两个系统过程解释。过程“weave”生成给人阅读的文本描述,包括有关程序及开发的所有信息。比如,程序的逐步求精开发过程,所用到的技巧及相关文献,为了便于阅读的索引等。过程“tangle”产生可编译代码,由于这些代码仅为一个编译系统所用,所以可读性不重要。

WEB源程序将程序员在程序开发中的思维过程和结果通过两种语言结合在一起,同时,WEB系统的两个过程非常巧妙地分离出面向用户的程序和面向机器的程序。这种聚和分的思想对粒计算的研究有指导意义。

读、写、算与粒计算(4R)

在经典的基础教育中,阅读、写作及算术3R(Reading, Writing, Arithmetic)是三项基本技能,它们共有的一个特性是多层次、多粒度、多视角^[65]。一篇文章可以从不同角度阅读、理解;文章的写作是一个不同粒度上、不同视角上的逐步展开的过程;算术也体现在对计算问题不同粒度上的描述。从这个意义上说,粒计算可以看作是第四个R(Granular Computing)。粒计算是一套系统的、普遍适应的问题求解思想方法和策略,不仅对计算机科学家有效,而且同经典的3R一样,对每个人都适用。作为第四个R,粒计算对人类问题求解可能会产生深远的历史意义。

科学研究与粒计算

粒计算思想体现在科学研究中,可以看作是一个适应于多学科的方法论。科学研究工作涉及各个领域和专业,不同专业研究不同的对象,但是不同领域的科学家会使用明显通用的结构来描述问题,采用通用的原则、策略和方针解决问题^[89,90]。另一方面,这些方法可能隐含在各个专业的具体技术细节中,以不同的专业术语、概念表达。粒计算致力于挖掘这些通用问题求解原则,通过对众多学科的理解及综合,粒计算的研究着眼于建立一个新的思想体系。这种面向人的粒计算研究有以下几个具体目标:

- 将隐式的结构显化
- 将不明显的原理显化
- 将特定学科、特定领域的特殊原理普遍化
- 将下意识的行为变成有意识的行为

作为一种思维方式与方法论,粒计算对人类问题求解和机器问题求解都具有指导性。

计算思维与粒计算

从很大程度上讲,最近兴起的计算思维(computational thinking)^[91]和粒计算研究有共同的内容及目标。计算思维是建立在计算过程能力及局限性的基础上,计算过

程既可以由人完成,也可以由机器完成。因此,计算思维包括人类思维和机器思维。一方面,基于计算机领域的基本概念,计算思维用于问题求解、系统设计和人类行为研究。另一方面,计算思维不仅属于计算机科学家,对每一个人来说,它应该与阅读、写作和算术这3R一样,是一种基本技能。计算思维是把一个看起来很难的问题转换为我们已知答案的问题。计算思维是一种递归和并行思维方式。当遇到一个复杂问题时,计算思维使用抽象及分离方法将其简化。计算思维使用启发式推理实现问题求解。计算思维的方法和策略同粒计算是一致的。

Wing总结了几个计算思维的特征及其所引入的新观念^[91]。一,从单纯的编程到概念化思维,计算机科学不仅是程序设计,更重要的是计算思维方式,这意味着对问题和现实世界的多层次抽象;二,计算思维研究基本的问题求解技能,而不是刻板的、机械的方法;三,计算思维更强调一种人类思维方式,而不仅是计算机思维,计算思维体现了数学与工程的互补与融合;四,计算思维不仅能产生像程序这样的艺术品,更重要的是为我们提供了日常所必需用到的计算概念和思想,从而使我们的生活,交流及处理问题。因而,计算思维可以应用到各个领域,也适用于所有的人。

粒计算和计算思维都在寻求一种新的模式,使我们能够把计算机学科中的思想和方法引入到其它学科,同时把其它学科的思想借鉴到计算机科学。更重要的是,这种多学科、交叉学科的研究着重于在一个与学科无关的层面上进行关于哲学、方法论及策略的思考与讨论。

2.3 粒计算的核心问题

粒是粒计算的最基本概念。通过粒,我们可以将问题进行粒化,从而获得多层次的描述与理解。这种多层次的描述很自然的给出了相对应的多层次问题求解方法。粒计算是基于多粒度、多层次、多视角的哲学思想,是一种方法论及信息处理模式。关于粒计算三元论,即结构化粒思维,粒求解与粒处理,在后面的几节我们将给出更详细的描述。

粒计算研究涉及到以下几个核心问题:

- 粒
- 多层次、多视角粒结构
- 粒思维、粒逻辑与粒推理
- 粒计算方法论、粒计算策略
- 面向人的粒计算与面向机器的粒计算
- 粒信息处理

通过这些问题,我们探讨粒计算哲学思想、方法论、理论及工具,并用它们指导人类问题求解和实现机器问题求解。

3. 三元论的基本要素

粒结构体现了粒计算所倡导的多粒度、多层次、多视角的结构化方法。粒计算的三元模型以粒结构为基础，包括三个部分：哲学思想（结构化思维）、方法论（结构化问题求解）、计算模式（结构化信息处理）。

3.1. 粒结构

一个实际问题或系统总是由众多关联的部分组成，这种结构反映了两个主要特征。第一，一个整体可以看成是由部分组成的网状结构，任何一个部分都可能同其它部分相连^[92-94]。第二，一个部分也可能是由更小部分组成的网状结构。虽然复杂的网结构更精确地描述了整体与部分的关系及各部分之间的关系，但是它的复杂性对于问题求解造成很多困难。粒结构能将复杂的网络转化为一个较为简单的多层次结构。这种转换是基于部分之间的耦合性质，将强耦合的部分合成一体，将弱耦合的部分分开^[95]。这种集合和分离可以在不同尺度下进行，这就自然引入了粒度与层次的概念。粒计算正是基于这种简化的粒结构的问题求解。

粒、层、多层次结构

在粒计算中，粒是一个最基本的抽象概念。粒具有双重身份，可以是其它粒的一部分，也可以是多个更小粒组成的整体。粒对应于整体的一部分，将一个整体分成很多粒，我们获得一个粒化的理解与描述，将一簇粒聚合成一个更大的粒，我们可以获得一个抽象的理解与描述。粒有三个基本特征，内部特征，外部特征和环境依赖特征。当把一个粒分解为一簇小粒时，我们研究这簇粒的相互关系，它决定了粒的内部特征。当一个粒作为另一个粒的一部分时，我们只考虑它所显示的外部特征，而不考虑其具体的内部结构。粒的存在与解释取决于它和其它粒的关系。这就是说，一个粒的存在和解释依赖于它所处的环境。粒有效地描述了整体，部分以及它们之间的关系。粒的具体角色决定于问题求解的不同阶段的侧重点。不同大小的粒给出了人们理解和解决问题的不同单位和尺度。对不同的问题，我们选用不同粒度。

层是粒计算的另一个重要概念。一个层由同样大小或同样性质的粒组成。粒给出局部描述，由一簇粒形成的层给出一个给定粒度的全局描述。不同的层次可以通过它们的粒度组织起来，这样就形成了一个多层次结构 (hierarchy)^[95-98]。简而言之，粒和层次的粒度导致了多层次结构，这种多层次结构称为粒结构。在一个多层次的粒结构中，每一层次由多个相互影响、相互关联的粒组成，不同的层给出不同的粒度或尺度的描述。我们通常使用不同的语言和模型来描述不同粒度的层次。

多层次粒结构体现在很多自然系统和人工系统中, 更精确的讲, 体现于我们对这些系统的认识之中, 我们经常将大系统分为小系统, 而小系统又可以分为更小的系统。不同的系统体现了不同的粒度。这样基于粒度的系统分析可以用到很多问题。

我们可以从多粒度上研究人体, 从分子到细胞、到器官、到各个系统(消化系统等)、再到整个身体。对于大脑, 我们又可以从多粒度看, 这包括脑细胞、脑区域及大脑。在社会网络分析中^[99], 粒可以是个人, 也可以是由个人组成的小团体, 由小团体组成的大团体。一个人作为一个整体, 可以逐步细分为很多子系统, 同时它也是社会系统的一个分子。

一篇文章可以从不同粒度上分析。在词法分析中, 每一个字母或字是一个粒, 由它们可以构成单词或词组这样更大的粒。在语法分析中, 一个单词可以看成一个小粒, 它们构成句子这样更大的粒。在整个文章分析中, 句子又可以看成搭建段落粒的小粒。这样, 一篇文章包含了字母粒、词组粒、句子粒和段落粒等不同粒度的描述。我们对文章的理解, 就是基于这种多层次的理解。同样的描述也可以用来分析计算机程序、数学证明等^[100,101]。

按其大小, 粒结构将粒有序地组织起来, 形成一个简单易懂的多层次结构。我们通过粒度来表示这种特征及关系。在不同粒度上, 我们的聚焦点是不同的, 因而所采用的语言和方法也可能不同。比如, 词法和句法分析通常采用不同的术语。对于不同层次的社会网, 我们也有可能采用不同的词汇来描述不同的社会团体

多视角

在现实世界中, 事物间的广泛联系构成了一个复杂网络。复杂网络能精确地描述事物之间的关系, 但同时也造成了处理问题的极大困难。粒结构是对复杂网有序的简化和分层解释。对于复杂网的粒化是人们常用的技术之一。多层次聚类分析在相互关联的数据网上加一个多层次结构, 希望该结构显示数据本身的结构, 是对数据某一特点的反映。任何一个学科都包含相互关联的概念及知识, 它们之间的相互依赖关系应该是网结构, 但为了对一个学科有一个系统的了解, 人们往往也在上面强加一个多层次粒结构。比如, ACM的分类系统(ACM Classification System)是对计算机知识的一个粒结构描述, 数学科目分类(Mathematics Subject Classification)是对于数学知识的粒结构描述。万维网也是由相互连接的网页组成, 但很多搜索引擎对网页进行分析和主题分割, 从而在万维网上强加一个多层次主题分类结构^[102]。社会也是由众多的个人及团体而组成, 形成一个网状结构, 但常用的社会管理却采用多层次粒结构方法, 即由不同层次的政府机构进行管理。

上面的例子说明, 粒结构是简化问题理解和求解有效的方法之一。但是, 一个粒结构只可能给出一个局限性的视角。要全面的理解复杂网, 我们必须采用多个粒结构。对于现实世界的描述, 多个粒结构可以给出复杂网络的不同视角。通过这些视角的组合, 我们才有可能全面地理解复杂网络。在一个粒结构中, 不同的粒度使

我们对问题有多层次的理解; 多视角方法将复杂网络转换为若干个多层次粒结构, 反映了对同一问题理解的多个角度和视点。多层次和多视角是粒计算的核心内容。

多视角粒计算方法有两个优点: 第一, 通过对问题的多样性描述, 我们可以寻找解决问题的可能存在的最优化方法; 第二, 多视角的组合可以给出任何一个单视角得不到的结果。比如, 一条数学定理可以由多种方法, 如代数、几何等方法来证明。虽然定理本身没有改变, 我们对它的认识及理解可能上升到一个新的高度, 这个高度不可能仅由单一代数方法或几何方法获得^[103,104]。一个实验结果可以有多种解释, 从而得到不同的结论。多视角及其对应的多表示模型既体现在人的智能中, 也体现在很多智能计算机系统中。

3.2. 粒计算三角形

粒计算三元论可以用粒计算三角形描述, 三角形的三个顶点表示相互依赖的粒计算哲学思想、粒计算方法论和粒信息处理。

粒计算哲学思想。通过构建不同大小、多层次化的粒结构, 粒计算哲学思想提供了一种全局观点。多层次化的粒结构提供了结构化的思维方式。粒计算将还原论和系统论两种用于现实世界中复杂问题求解的哲学观点结合在一起, 形成互补, 强调了层次结构在人类思维中的重要作用。

粒计算方法论。粒计算的方法论是体现粒计算哲学思想的结构化理论、方法、策略及工具。需要考虑到粒计算方法的有效性、准确性、简便性、计算成本和价值。对于不同的应用, 还需要考虑其问题的特点及限制。

粒信息处理。粒计算的信息处理强调以计算机为主体的信息处理与以人为主体的信息处理的统一与分离。一方面, 以计算机为主体的信息处理依靠人来制定、设计、实施和优化; 另一方面, 计算机的信息处理也促进方法论的研究。粒信息处理是结构化分层处理。

粒计算的三个观点相互联系, 相互支持。它们的结合是粒计算的坚实基础。此外, 粒计算三角形倡导多学科的整体研究, 而不是分散的、孤立的研究。

4. 粒计算哲学思想

基于粒结构, 粒计算给出了一个认识和理解世界的哲学。它与传统还原论、近代系统论有不可分割的关系。还原论和系统论是相互对立、又相互补充的哲学思想

[68,93,94,105-108]。从某种意义上讲, 粒计算哲学思想基于这两种哲学, 同时, 又试图将它们结合起来从而避免每一个的局限性。

还原论的主要思想是将整体分为部分, 虽然它在科学发展中起到很重要的作用, 同时也存在对它的质疑^[68,93,94,105-108]。Descartes在方法论中给出了还原论思想简洁的、深刻的阐述^[109], 其中两个方法和粒计算最相关: 一是把每一个难题分成所必需的、尽可能多的若干部分, 以便更好的解决; 二是按次序组织思维, 从最简单、最容易认识的对象开始, 逐步上升, 直到认识最复杂的对象。有些对象之间可能不存在自然的先后关系, 为了能使用方法二, 也需强加上一个序关系。它在粒计算中的应用在前面已经提到, 即, 可以在网结构上强加本来不存在的粒结构。

还原论的主要假设是对一个复杂问题的认识可以通过对它们各部分的理解而获得, 即, 整体的特性是个体特性的总和。这样, 一个复杂的系统或者问题可以分解为更简单的部分, 这个过程可以继续下去, 最终可以分解到最基本的元素。通过对基本元素的认识, 可以逐层向上递推, 从而获得对整个问题的认识。

同还原论完全相反, 系统论的基本出发点是整体特性不可以归结到部分特性, 即, 总体大于部分的总和。对部分的理解并不能够合成为对整体的理解。整体具有它自己独特的性质, 而这些性质任何单个部分都不具备。整体性质不仅决定于部分的性质, 也决定于部分怎样组合起来及它们之间的互动关系。比如, 对脑细胞的理解并不能直接得到对脑区及大脑的理解, 人的智能不完全可以由脑细胞来解释。

还原论研究通过部分来研究整体, 一个整体可以分成很多相对独立的部分。系统论将一个问题看成一个复杂的系统, 是由部分组成的网络, 各个部分相互联系, 相互作用。还原论强调分离, 而系统论强调整合, 在解决问题的不同阶段各有优势。因此, 它们是两个互补的哲学思想。

在处理复杂问题时, 还原论和系统论都涉及整体和部分。在还原论中, 一个问题可以连续地被分解为更小的部分; 在系统论中, 系统也可以连续的分解为子系统。两种方法都采用了多层次结构描述整体和部分的关系。它们的不同在于如何进行推理, 还原论从部分推到全体, 系统论研究由部分在更高一层所产生的涌现现象。基于多层次粒结构并借助于系统论和还原论的思想和方法, 粒计算研究试图寻求一种新的哲学思想及方法论。

5. 粒计算方法论

粒计算的方法论还没有形成独立的理论体系, 这也是粒计算的一个目标。关于粒计算方法论, 我们可以简单的分为粒计算原则与粒计算策略。

5.1 粒计算原则

粒计算考虑以下几个问题: 粒结构生成与解释, 基于粒结构的多粒度、多视角分析与计算。对一个粒结构而言, 需要考虑层之间的转换关系及所引起的分层求解方法; 对多个粒结构而言, 需要考虑不同视角的转换、比较及合成。对于这些任务, 所采用的策略也不一样。粒计算由一套相互关联、相互支持的原则支撑。

粒化原则: 粒化是粒计算的最基本操作, 可以根据不同的语义、不同的应用进行不同的粒化。同聚类分析相似, 同一个粒中的元素应有高度的耦合性, 而粒之间相对独立。这种增加粒中的耦合性, 减少粒之间的耦合性可以称为粒化原则。粒化原则体现还原论的思想。

合成原则: 合成是粒计算的另一个基本操作, 通过对粒的合成, 可以研究它们在更高一层上的涌现特征。不同的合成规则可能导出不同的结果。粒计算的合成原则要求既考虑不同粒的组合即它们之间的关系, 又考虑合成以后粒的独特性质。合成原则体现系统论的思想。

分层原则: 粒计算的主要思想是基于粒结构的多粒度分析, 多粒度遵循分层原则实现。该原则强调将一个大问题逐层分解为多个小问题, 以此获得多层次的理解。根据具体问题, 不同的粒度体现为不同的尺度、不同的复杂度、不同的抽象、不同的控制、不同的细节。

以上三个原则主要是用来构造粒结构, 从而获得对问题的多粒度、多层次理解。关于求解数学问题, Polya认为分离与重新组合是两个重要方法^[104]。分离可以理解粒化, 重新组合可以理解成合成, 它们是相互依赖的对偶方法。只有对整个问题有一个全面的了解, 才可能将其合理的粒化成部分; 只有对部分的深入理解, 才可能获得对整个问题更好的理解。也就是说, 对整体的理解由对部分的理解决定, 而对部分的理解必须基于整体理解的框架。通过粒化, 可以获得聚合的结果; 通过聚合, 可以导出更好的粒化。因而, 粒结构的构造是运用粒化、合成、分层原则的一个循环的螺旋式上升过程。

桥梁原则: 层是由桥梁原则联接到一起。每个层并不是完全独立, 而是通过桥梁原则进行转换。桥梁原则保证这种转换满足一定的性质, 即这种转换对解决问题是有效的和正确的。

聚焦原则: 在一个具体层上求解问题时, 聚焦原则要求将注意力集中在该层上, 不受其它层的干扰, 这样可以更有效的解决问题。

取舍原则: 通常, 大粒度层由少量粒组成, 因而可获得快速算法或低代价解决方案, 但答案是不精确的; 小粒度层有更多粒, 可以获得更精确答案, 但算法可能低效或者解决方案代价高。取舍原则指出了这种精度和代价之间的平衡关系。

最优层原则: 在很多场合, 虽然粒结构给出了不同层次的描述, 其中的某一层可能是最优的。最优层原则同取舍原则相关, 在于寻求描述和解决问题的最优层。

这四个原则仅考虑到一个多层次粒结构, 同粒计算的具体过程有关。我们可以把粒计算简单地分为两种过程。一种是基于粒结构的多层次计算; 另一种是寻求问题求解的最优层。桥梁原则和聚焦原则适用于两种过程, 取舍原则与最优层原则只与第二种过程有关。

关于聚焦原则, 在程序设计中有大量讨论。对程序的多层次的抽象可以使程序员在给定时刻集中考虑某一层而忽略其它层, 但这并不意味着完全不考虑其它层。比如, 以其它层作为背景, 程序员可以将90%的精力有意识地集中在程序的某一层, 背景只起到一定的辅助作用^[110]。就粒计算而言, 使用聚焦原则的同时, 也应考虑到由桥梁原则导出的其它层。

从下层、更细粒度层到上层的转化可以理解为抽象或缩小, 很多细节会丢失; 从上层到下层的转换可以理解为具体化或放大, 需要加入更多细节。一个问题的描述在不同层次上的精确度是不一样的。在不同的阶段, 选择最适合的粒度。如果粒度太小, 我们会陷于太多的细节而看不到整体, 导致只见木不见林; 如果粒度太大, 我们可能观察不到所需的细节信息, 导致只见林不见木。

人类智能和求解问题能力在很大程度上取决于选择正确的粒度或尺度^[111-116]。对于大脑来说, 处理太多或者太微小的细节是一个负担。如果过于关注细节, 可能会迷失在细节之中。这些极小的细节可能会妨碍对主要点进行足够的关注, 甚至可能看不到应该关注的要点。比如, 象棋大师是采用分块的方法来观察和预测棋局^[111,117]。他们观察由很多棋子的块及各个块之间的关系, 而并不是每一个单独棋子所在的位置。这样才可以对局势有一个全局的把握。

对于很多科学问题的研究也必须选用合适的粒度, 这样才可以观察到有用的结果。比如, 关于城市的发展, 必须以百年或千年作为单位来研究, 而不是以一年或十年作为单位^[112]。关于一个生物群体的发展研究, 比如, 蚁群的发展必须在数十年这个层上观察^[112]。对智能的理解, 不能在脑细胞层而必须在脑功能层上。关于规划, 也需要不同的粒度。一年树谷、十年树木、百年树人很明确的体现了不同尺度、不同粒度的思想在规划中的应用。

多层次粒结构也给出了对同一问题不同的描述。不同层次的描述所给予的信息是不同的, 在不同层次可以观察到的现象也可能不同。因此, 寻求最优层或最合理的取舍方案是粒计算的一个重要任务。

多视角原则: 为了避免单个多层次粒结构的片面性, 多视角原则要求考虑多个粒结构。通过对多个粒结构的比较与综合, 可以获得两种结果。一个结果是更高层上的理解, 这可以认为是由多个粒结构所给出的涌现现象。另一个结果是选择一个

最优的粒结构, 也可以解释为最优视角原则。

多视角原则引出基于多个粒结构的计算, 前面讨论的桥梁原则、聚焦原则、取舍原则将赋予新的意义, 使其适用于多个粒结构的计算。桥梁原则给出不同粒结构之间的关系; 聚焦原则要求将精力集中在一个粒结构; 取舍原则要求考虑一个粒结构的得失互换。

5.2 粒计算策略

多层次粒结构指出基于序关系的三个粒计算策略, 即, 自顶向下, 自底向上, 自中向外的策略^[84-88,118]。它们是人类信息处理三种常用的模式, 也是计算机信息处理的典型方法。

自顶向下

从粗粒度开始, 自顶向下的策略将一个问题逐步细化为更小的问题。它是分析思维的实现, 即, 通过分析, 一个较大的粒被分解为若干较小的粒。自顶向下的策略要求对问题首先要有一个比较全面的整体把握, 否则不可能产生有意义的细分。也就是说, 整体特性决定了细分的有效性。如果对整体没有认识, 也就不可能产生更进一步的细化。在自顶向下的细化过程中, 高层对低层有指导和限制作用。在很多时候, 人们一开始对整体并没有一个很深的理解, 因而不可能采用自顶向下的策略。

软件开发和结构化程序设计都可以看作是自顶向下的过程。一个系统或程序可以用不同语言进行不同粒度的描述。一个软件系统的主要功能可以用自然语言描述; 这个主要功能可以分解成若干子功能, 它们对应不同的系统模块, 模块组成的结构可以通过分层图来描述; 实现每个模块的过程可以用流程图或伪代码表示; 最终, 伪代码可以转化为程序设计语言代码。这给出了一个多层次、自顶向下的开发过程。逐步细化的每一步都要求对当前层有一个全面的认识, 而这种认识必须基于还没有实现的下一层, 对程序员来说是一个很大的挑战。这也正是自顶向下策略的弱点。

自底向上

自底向上的策略实现综合思维, 即由部分构建整体。当对一个问题没有全面认识之前, 可以先研究它的某些部分。通过对很多部分的理解, 可以将它们整合成一个更高层次上的整体。这样, 很多子问题可以自底向上的合成, 最终达到对整个问题的理解。这种由局部到整体的方法在探索阶段很有效。由于没有整体的指导, 自底向上的策略往往会产生一些无用的工作, 这是自底向上策略的弱点。

自底向上的策略也常常用到程序设计及软件开发。当对一个大系统没有完全掌握的时候, 程序员可以先实现一些子系统, 最终将子系统组织起来形成一个更大的系统。这样, 一个大系统就自底向上逐步建立起来。

自中向外

在实际中, 整体的信息可能是不完备的, 由于没有全部的知识, 不可以简单地采用自顶向下的策略; 由于有某些知识, 也不宜于采用自底向上的策略。如果已知的信息能有效的描述问题的某一层, 就可以以该层为起始点, 向上、向下同时展开, 这给出了自中向外的策略^[118]。

自顶向下的分析方法在从高层次向低层次切换的时候也许非常有用, 自底向上的综合方法用于从低层次向高层次切换, 自中向外的策略考虑几个相邻层的关系。在问题求解过程中, 在不同时刻需要使用不同的粒计算策略。在探索阶段, 自底向上和自中向外策略可能有效; 对于最终结果的描述, 自顶向下的方法可以有效地给出内在结构。在任何一个时期, 如果没有足够具体结果, 可以应用自底向上的方法得出具体结果; 如果有足够的结果, 可以使用自顶向下的方法进行分类整理。三种策略可以交替使用, 最终得到一个有效的粒计算方法。

粒计算策略的应用可以从学科发展中观察到。科学研究往往都是自底向上的过程, 一个学科也并不都是从上到下, 井井有条的发展起来。更多的时候是先研究具体问题, 通过它们的综合和拓广逐步形成一个学科。可以说, 一个学科是由很多科学家自底向上逐步建立起来, 在这个过程中, 他们每一个并不一定对该学科的最终内容非常了解。当该学科发展到一定的阶段, 积累了一定的结果, 就需要用自顶向下的方法对这些结果进行归类, 从而对该学科的现状得到了一个全面认识。严格的说, 科学发展是这两种策略不断交互使用、螺旋上升的一个过程。

6. 粒信息处理

粒信息处理是基于粒结构的计算, 可以简单地分为两类。其中一类首先寻找最优的粒度, 然后在该粒度下进行计算。另一类在不同的粒度上, 自顶向下或自底向上进行计算, 当计算结果满足一定要求时, 可以终止计算。第二类方法也可以看作是第一类的一个特例, 算法所终止的层可以理解为最优层。Bargiela 和 Pedrycz 给出了一个更形象的、金字塔式的多层次粒信息处理模型^[1], 不同的层对应不同类型信息的处理。最低层是关于数值处理, 中间层是关于更大信息粒的处理, 最高层是关于基于符号的处理。在低层对于语义考虑的比较少, 而高层考虑更多的语义。另一方面, 也可以看出, 自底向上从定量处理转换为定性处理, 由具体处理到抽象处理。

这种多层次的信息处理易于机器实现, 也同人的信息处理方式相一致^[46,47,70]。

粒信息处理考虑两个主要问题, 一是粒的表示, 另一个是关于粒的操作。粒的表示需要反映粒的三个主要特点, 即粒的内部特征、粒的外部特征和粒的环境特征。由于一个粒是很多细粒的组合, 粒的内部特征要包括细粒的组合信息及它们之间的关系, 粒的外部特征包括它自己本身的特征和由成员粒给出的特征, 粒的环境特征表示粒之间的相互关系。不同的信息粒度给出不同的描述, 这需要将不同的粒度通过桥梁原则用相关粒操作联系起来。一个粗粒可以更精确地细化为很多细粒, 但一个细粒或一组细粒只可能近似地由粗粒表示。这样, 在一个高层上的近似解可以通过细化而得到一个低层上的精确解。但是, 计算精确解可能费时间或代价比较高, 而近似解可以省时间或代价比较低。代价和精度之间的平衡是粒信息处理的一项重要内容。

我们可以用一个优化的例子来说明粒表示和粒操作。假设粒表示为一个全集的子集。一个定义在全集每个元素上的函数可以提升为每个粒上的函数, 这有很多种作法。一种作法是将函数在一个粒上的值定义为该函数在该粒中所有元素的函数值的平均值、最大值或最小值, 另一种作法是用分布函数, 还有一种作法是用由最大值和最小值组成的区间。也就是说, 我们知道函数在每一个粒上的近似值, 而不是它的精确值。如果使用一个合理的粒化方法, 函数在粒上的特征可能会和它在元素上的特征相一致, 比如, 它们满足定性的增减规律。这样, 我们就可以在粒化空间上快速找出最大值可能在的区间, 然后再在下一层上进一步搜索。这种两层之间的运算可以很容易地扩展到多层。

渐进图像传输是粒信息处理中的一个典型示例^[119,120]。它的主要原理是将图像分解成一系列不同近似的版本, 每个版本对应不同清晰度的图像。图像传输是一个多阶段过程, 由最粗近似版本开始传输, 逐渐进行细化。一开始传输的近似版本可能只包括图像的主要结构信息, 所以只能给出一个图像的轮廓, 在以后的传输中, 图像信息逐渐接近于最佳清晰度。通常, 当用户看到初始阶段所传图像, 就可以做出拒绝或接受该图像的决定; 另一种情况下, 如果在某一阶段所传图像已经足够清楚, 用户也可以终止进一步传输。渐进图像传输所用到的不同版本可以理解为不同的信息粒度, 因而渐进图像传输的过程是一个粒信息处理过程。更重要的是, 它给出了一个交互式的粒信息处理模型, 使得用户能够选择最优的信息粒度, 从而减少传输代价。渐进图像传输的方法可以用于设计一般的粒信息处理系统。

7. 粒计算模型简介

在本节中, 我们列出一些常用的粒计算理论及模型, 具体细节可以参阅相关文献。

7.1 粒化数据分析

粗糙集 (Rough Sets)

粗糙集是八十年代初由Pawlak提出的一个关于数据分析及机器学习的理论^[121,122]。粒化思想在粗糙集中占有很重要的地位。粗糙集对粒及粒化思想给出了严格的形式化定义。从很大程度上讲, 粒计算的兴起和粗糙集有不可分割的关系。

粗糙集最基本概念是实体的不可区分性, 这种不可区分性可以用等价关系描述。具体的讲, 如果两个实体在一个属性集上的描述是一样的, 那么它们是不可区分的, 即等价的。这样, 我们就可以将一个实体集分成两两互不相交的等价类。一个等价类可以解释成一个基本的粒, 而由等价类构成的划分可以看成是一个层。划分可以看作对实体集的一种特殊粒化方法。在粗糙集中, 集合近似、数据分析、规则抽取等都是建立在划分的基础上。

覆盖是另一种对实体的粒化方法, 它可以看作是划分的一种拓广。基于覆盖, 我们也很容易拓广粗糙集理论的很多结果。

多层次类分析 (Hierarchical Classes Analysis)

多层次类分析是九十年代由De Boeck和Van Mechelen提出的一种基于集合关系的数据分析方法^[123,124]。类似于粗糙集, 一个实体由一组二值属性表示。具有同样属性的实体构成一个类, 这也就是粗糙集中的等价类。和粗糙集不同的是, 层次类分析在等价类上引入了一个偏序关系。该偏序关系将等价类组织成一个多层次的结构, 称为实体多层次类。用同样的方法, 属性也可以构成其等价类并组织成一个属性多层次类。多层次类分析研究实体多层次类与属性多层次类之间的关系。

形式概念分析 (Formal Concept Analysis)

形式概念分析是八十年代初由Wille提出的关于数据分析及可视化的一个理论^[125,126]。在经典理论中, 一个概念由两部分定义, 即, 概念的内涵及概念的外延。概念的内涵是该概念实体的共性, 而外延是构成该概念的实体。形式概念分析理论将该定义形式化和显式地表示出来。在形式概念分析中, 一个实体由一组二值属性描述。根据实体所具有的性质, 可以将实体集和属性集粒化。一个形式概念由一对相互定义的实体子集和属性子集组成, 属性子集表示概念的内涵, 实体子集表示概念的外延。不同的概念之间的关系可以通过它们的内涵或者外延的集合包含关系所定义。这样, 所有的形式概念构成一个完备格。

从粒计算的角度看, 一个形式概念对应于一个粒, 形式概念之间的关系描述粒之间的关系。概念格给出了数据的可视化、多层次的粒结构描述。

知识空间 (Knowledge Spaces)

知识空间是八十年代中由Doignon和Falmagne提出的一种与教育及认知心理学相关的知识结构理论^[127,128]。知识空间研究一个问题集合, 其中每个问题反映学生应掌握的一些知识, 而一个问题的子集合反映学生当前的知识状态。知识状态可以通过问题之间的相互依赖关系而组织成一个多层次结构, 这个结构称为一个知识空间。通过对知识空间的研究, 我们可以对学生掌握的知识情况进行多层次的刻画, 其结果可以指导教学, 提高学生的学习速度。

如果将一个知识状态看作是一个粒, 整个知识空间给出了问题集合的一个覆盖, 同时这个覆盖对集合“并运算”封闭。知识空间给出了一个多层次知识结构, 因而是研究知识粒度一个非常有用的理论。

多层次, 多视角数据分析 (Multilevel, Multiview Data Analysis)

粗糙集方法, 多层次类分析, 形式概念分析, 知识空间可以用来分析同样的数据, 每一种方法都给出了数据的一个多层次粒结构描述, 综合起来, 它们给出了数据的多视角描述^[129]。虽然这些方法的具体细节并不相同, 但所体现的粒计算思想是一致的, 每一种方法可以看作是一种具体的粒化数据分析方法。将不同的方法在更高一层上合成一体, 我们可能获得粒计算所提倡的多层次、多视角数据分析。

多视角的方法要求我们将不同的理论相互联系起来, 一个理论的思想方法可以借鉴到另一个理论。具体的讲, 我们既可能推广一个理论也可以将不同理论结合成新的理论, 比如, 广义粗糙集^[130-144]、粗糙集和模糊集的结合^[145-153]、粗糙集与概念格的结合^[154-159]等。

7.2 粒化问题求解

商空间理论 (Quotient Space Theory)

商空间理论是九十年代初由张钊和张铃提出的粒化问题求解理论^[33-36,160-162]。该理论将不同粒度的描述与数学上的商集概念统一起来, 用商空间表示粒化模型, 即以商集作为不同粒度世界的数学模型。通过粒化, 将复杂问题简化, 宜于人们分析处理问题。在保持某种分析性能基本不变的情况下, 进行粒度变粗的处理, 使问题的复杂性降低, 获得问题的一些基本特征, 对问题的求解有一个初步的答案, 这个初步的知识, 可以指导我们对复杂问题的进一步求解。

商空间理论的一个主要优点是考虑到实体空间的结构。该结构反映实体之间的内在联系, 比如, 连通性、邻域特征、依赖关系等。商空间问题求解受制于实体空间的结构, 一个粒化过程可能保持或失去该结构的某些性质。有些性质对问题求解很关键, 则必须设法保留, 或尽量使主要性质能够保留。对于一些不重要或不相关

的性质, 自然可以略去, 这些性质相当于归类抽象之后在粗粒度世界上的信息损失。性质的保留与损失是通过两个推理原理完成, 即, 保真原理和保假原理。不同粒度世界之间存在的保假和保真原理是商空间理论所揭示的多粒度世界的重要性质, 为粒度推理提供了理论依据。

保假原理指出, 如果一个问题在粗粒度上无解, 则在细粒度中一定无解。利用保假原理, 在推理过程中通过选取适当的商空间, 删除掉无解的部分, 从而加快求解的速度。保真原理有两种形式。第一种保真原理要求, 当选取适当的商空间后, 如果一个问题在粗粒度上有解, 则在细粒度上也有解。这样, 原问题的求解可简化成在某个商空间上的问题求解。由于商空间的规模比原空间小, 故可大大降低计算复杂性。第二种保真原理考虑商空间的合成, 如果一个问题在两个不同的商空间中有解, 那么该问题在由两个商空间合成的更粗商空间中也有解。该保真原理说明, 对同一问题可以构造不同的商空间而获得不同的求解方法, 将不同商空间合成得到一个合成求解的方法。保真原理和保假原理将相邻的两个商空间联系起来, 通过它们, 我们可以形成一个商空间链, 从而实现多层次的商逼近原理。

商空间理论为人工智能中搜索问题空间的方法提供了一个重要的改进。不同的商空间对应于不同的问题空间, 而商空间搜索就是对不同粒度的问题空间搜索。保真原理、保假原理以及商逼近原理将不同问题空间的搜索联系起来。另一方面, 同粒计算一样, 商空间理论可以看作是问题求解的方法论。

面向自治计算 (Autonomy Oriented Computing)

面向自治计算是由刘际明及合作者所提出的一个自底向上问题求解模式及复杂系统建模理论^[163,164]。面向自治计算的主要研究对象是众多的自治个体。每个个体使用简单的规则, 具备简单知识, 可以存取局部信息, 仅与有限的个体相关联。在面向自治计算中, 不存在中央控制的机制。个体的行为基于局部信息, 具有自主性。面向面向自治计算研究有众多自治体所产生的自组织现象、集群智能、涌现现象及智能, 为粒计算提供了一种新的方向。

每一个自治体可以看作是一个最小的粒。它们之间的交互行为可以产生个体的组合, 这样就可以形成更大的粒。这种由小到大、自底向上的自组织可以从很多自然现象中观察到。比如, 不同的元素自动地组合到一起形成比较稳定的化合物。个体组合在生物群体和人类社会也可以观察到^[93,94]。用粒计算的看法, 多层次的粒结构也可以解释为自治体由小到大的自组织结果。按照这个观点, 面向自治计算可以提供一种获得粒结构的方法。这种自组织方法和人为构造方法是互补的。

8. 粒计算研究中应该重视的几个问题

对于任何一个学科的研究, 我们必须涉及其哲学思想、方法论, 理论体系及应用^[165]。哲学思想和方法论往往间接地或隐式地与一个学科的具体理论及结果联系在一起, 我们很容易忽视他们的重要作用, 往往过于强调具体结果反而忽略了其宏观上的意义及方向。事实上, 很多时候一种新颖的思想体系, 一套独特的理论系统, 一个与众不同的学术观念, 一些突破性的结果往往起源于我们在哲学层面的思考。研究工作的效率也取决于我们对方法论的掌握及其灵活应用程度。

三元论将粒计算提升为一门学科, 而不是零散的理论和方法的简单聚合。虽然三元论仍需要更进一步讨论^[22,23], 但它给出了粒计算研究一个基本框架。作为本章的结束, 我们认为, 粒计算今后的研究工作应注意几个问题。

一. 选题既要考虑其科学价值, 也要考虑是否适合自己, 而不是跟踪当前热门研究方向, 什么热做什么。这样才可能选择一个能发挥自己长处的课题, 也增大了成功的可能性。

二. 避免过分强调技术层面上的探讨而忽视哲学层面上的思考。技术层面上的研究相对容易出成果, 看得见摸得着。哲学层面上的深度思考常常不可能马上见效, 其对研究的指导性也不是显而易见, 因此我们会时常忽略后者的重要性。这种短目标的研究方式在一个学科的发展初期会非常有效, 但没有可持续性, 也很难主导一个学科的进一步发展。

三. 避免过分地追求具体研究结果。如果对粒计算研究的范围和目标没有一个非常清楚的认识, 就不可避免地影响选题及准确地评价一个研究课题的历史地位及其对一个学科发展所起到的重要作用, 从而导致研究规划制定中的失误。没有一个高层次目标的指导, 采用自底向上的方法, 也可能取得一定数量的具体结果, 但很难在这个学科中占有举足轻重的地位。

四. 避免轻易地接受别人没有被完全验证的假设和观点, 应注重独立的思考、探索及考证。比如, 对于粒计算研究, 一开始就假设其具有巨大的价值, 并没有精确地、严格地表达这种价值, 也没有仔细地探讨实现这种价值的可能性及其方法。如果不假思索地接受粒计算是一种新的计算模式, 不从深层次上思考这种新模式的根本问题, 那么很难提出新的理念、理论及方法, 更难建立自己的研究体系。另一方面, 也应注重将自己的结果同他人的结果进行综合, 形成有机的一体。

五. 避免将粒计算研究限制在其它理论的框架中。虽然粒计算是个新概念, 但它的研究内容仍然没有走出粗糙集、模糊集、聚类分析和分类等的圈子, 并没有提出粒计算的新问题及新方法, 给人一种换汤不换药的感觉, 这使得粒计算研究不受重视。

六. 粒计算研究需要吸取经典理论的精华。比如, Miller认为人只能处理有限(七个左右)单位的信息, 并提出信息处理的组块(chunking)解决方案^[166]。这个

理论对人类信息处理及认知心理学的发展起到了很大的作用, 对粒计算研究有非常现实的指导意义。只有对现存理论的深刻理解, 粒计算研究才能提出自己的新观点、新方法。

参考文献

- [1] Bargiela, A., Pedrycz, W. Granular Computing: An Introduction. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [2] Bargiela, A., Pedrycz, W. Toward a theory of granular computing for human centered information processing. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, 16(2): 320-330.
- [3] Bargiela, A., Pedrycz, W. Human-Centric Information Processing Through Granular Modelling. Berlin: Springer-Verlag, 2009.
- [4] Hobbs, J.R. Granularity//The 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Los Angeles, USA, 1985: 432-435.
- [5] Inuiguchi, M., Hirano, S., Tsumoto, S. Rough Set Theory and Granular Computing. Berlin: Springer, 2003.
- [6] Keet, C.M. A Formal Theory of Granularity [PhD Thesis]. Italy: Free University of Bozen-Bolzano, 2008.
- [7] Lin, T.Y., Yao, Y.Y., Zadeh, L.A. Data Mining, Rough Sets and Granular Computing. Heidelberg: Physica-Verlag, 2002.
- [8] Nguyen, H.S., Skowron, A., Stepaniuk, J. Granular computing: a rough set approach. Computational Intelligence, 2001, 17(3): 514-544.
- [9] Pedrycz, W., Skowron, A., Kreinovich, V. (Eds.) Handbook of Granular Computing. New Jersey: Wiley, 2008.
- [10] Yao, J.T. A ten-year review of granular computing//The 2007 IEEE International Conference on Granular Computing, San Jose, USA, 2007: 734-739.
- [11] Yao, J.T. Recent developments in granular computing//The 2008 IEEE International Conference on Granular Computing, Hangzhou, China, 2008: 74-79.
- [12] Yao, J.T. Novel Developments in Granular Computing: Applications for Advanced Human Reasoning and Soft Computation. Hershey: IGI Global, 2010.
- [13] Yao, Y.Y. Granular computing: basic issues and possible solutions// The 5th

- Joint Conference on Information Sciences, North Carolina, USA, 2000: 186-189.
- [14] Yao, Y.Y. A partition model of granular computing//Lecture Notes in Computer Science 3100. Berlin: Springer, 2004: 232-253.
- [15] Yao, Y.Y. Granular computing: past, present and future//2008 IEEE International Conference on Granular Computing, Hangzhou, China, 2008: 80-85.
- [16] Zadeh, L.A. Towards a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, 90(2): 111-127.
- [17] 苗夺谦, 王国胤, 刘清, 林早阳, 姚一豫. 粒计算: 过去、现在与展望. 北京: 科学出版社, 2007.
- [18] 邓蔚, 王国胤, 吴渝. 粒计算综述. *计算机科学*, 2004, 31(Z2): 178-181.
- [19] 李道国. 信息粒: 计算理论、模型与应用研究. 山西: 山西科技出版社, 2006.
- [20] 李道国, 苗夺谦, 张红云. 粒度计算的理论、模型与方法. *复旦学报(自然科学版)*, 2004, 43(5): 837-841.
- [21] 李道国, 苗夺谦, 张东星, 张红云. 粒度计算研究综述. *计算机科学*, 2005, 32(9): 1-12.
- [22] 李鸿. 粒计算的基本要素研究. *计算机技术与发展*, 2009, 19(11): 89-93.
- [23] 李鸿. 粒计算的四面体模型. *计算机工程与应用*, 2009, 45(28): 43-47.
- [24] 刘贵龙. 粗集商空间的格论性质. *计算机工程与科学*, 2004, 26(12): 82-90.
- [25] 刘清. 基于粒计算的AI中问题求解的研究. *计算机科学*, 2003, 30(5): 11-12.
- [26] 刘清, 刘群. 粒及粒计算在逻辑推理中的应用. *计算机研究与发展*, 2004, 41(4): 546-551.
- [27] 刘清, 孙辉, 王洪发. 粒计算研究现状及基于Rough逻辑语义的粒计算研究. *计算机学报*, 2008, 31(4): 543-555.
- [28] 罗敏. 粒计算及其研究现状. *计算机与现代化*, 2007, 137(1): 1-5.
- [29] 苗夺谦, 范世栋. 知识的粒度计算及其应用. *系统工程理论与实践*, 2002, 22(1): 48-56.
- [30] 王国胤, 张清华. 不同知识粒度下粗糙集的不确定性研究. *计算机学报*, 2008, 31(9): 1588-1598.
- [31] 王国胤, 张清华, 胡军. 粒计算研究综述. *智能系统学报*, 2007, 2(6): 8-26.

-
- [32] 谢克明, 逯新红, 陈泽华. 粒计算的基本问题和研究. 计算机工程与应用, 2007, 43(16): 41-44.
- [33] 张铃, 张钺. 模糊商空间理论(模糊粒度计算方法). 软件学报, 2003, 14(4): 770-776.
- [34] 张铃, 张钺. 基于商空间粒度计算的系统性能分析方法. 计算机科学, 2004, 31(10A): 6-9.
- [35] 张铃, 张钺. 问题求解理论及应用—商空间粒度计算理论及应用(第2版). 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [36] 张燕平, 张铃, 吴涛. 不同粒度世界的描述法—商空间法. 计算机学报, 2004, 27(3): 328-333.
- [37] 赵小龙, 杨燕. 粒计算的发展现状与应用研究. 计算机工程, 2007, 33(13): 101-103.
- [38] Yao, Y.Y. Granular computing. Chinese Journal of Computer Sciences, 2004 31(z2): 1-5.
- [39] Yao, Y.Y. Perspectives of granular computing//The 2005 IEEE International Conference on Granular Computing, Beijing, China, 2005: 85-90.
- [40] Yao, Y.Y. Three perspectives of granular computing. Journal of Nanchang Institute of Technology, 2006, 25(2): 16-21.
- [41] Yao, Y.Y. The art of granular computing//Lecture Notes in Artificial Intelligence 4585. Berlin: Springer, 2007: 101-112.
- [42] Yao, Y.Y. The Rise of granular computing. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2008, 20(3): 299-308.
- [43] Yao, Y.Y. A unified framework of granular computing//Handbook of Granular Computing. New Jersey: Wiley, 2008: 401-410.
- [44] Yao, Y.Y. Integrative levels of granularity//Human-Centric Information Processing through Granular Modelling. Berlin: Springer-Verlag, 2009: 31-47.
- [45] Yao, Y.Y. Human-inspired granular computing//Novel Developments in Granular Computing: Applications for Advanced Human Reasoning and Soft Computation. Hershey: IGI Global, 2010.
- [46] Lindsay, P.H., Norman, D.A. An Introduction to Psychology (2nd edition). New York: Academic Press, 1977.
- [47] Solso, R.L., MacLin, M.K., MacLin, O.H. Cognitive Psychology (7th edition). New York: Allyn and Bacon, 2005.
- [48] Pinker, S. How the Mind Works. New York: W.W. Norton & Company, 1997.

- [49] Feger, H., De Boeck, P. Categories and concepts: introduction to data analysis//Categories and Concepts, Theoretical Views and Inductive Data Analysis. New York: Academic Press, 1993: 203-223.
- [50] Goldstone, R.L., Kersten. A. Concepts and categorization//Handbook of Psychology. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003: 599-622.
- [51] Margolis, E., Laurence, S. Concepts, Stanford Encyclopedia of Philosophy. <http://plato.stanford.edu/entries/concepts/>
- [52] Medin, D.L., Smith, E.E. Concepts and concept formation. Annual Review of Psychology, 1984, 35(1): 113-138.
- [53] Smith, E.E. Concepts and induction// Foundations of Cognitive Science. Massachusetts: MIT Press, 1989: 501-526.
- [54] Sowa, J.F. Conceptual Structures: Information Processing in Mind and Machine. Massachusetts: Addison-Wesley, 1984.
- [55] Van Mechelen, I., Hampton, J., Michalski, R.S., Theuns, P. Categories and Concepts, Theoretical Views and Inductive Data Analysis. New York: Academic Press, 1993.
- [56] Jardine, N., Sibson, R. Mathematical Taxonomy. New York: Wiley, 1971.
- [57] Ogden, C.K., Richards, I.A. The Meaning of Meaning (8th edition). New York: Harcourt, Brace, and World, 1946.
- [58] Anderberg, M.R. Cluster Analysis for Applications. New York: Academic Press, 1973.
- [59] Duda, R. O., Hart, P. E. Pattern Classification and Scene Analysis. New York: Wiley, 1973.
- [60] Crystal, D. How Language Works. New York: Penguin Books, 2007.
- [61] Flower, L.S. Problem-Solving Strategies for Writing. New York: Harcourt Brace Jovabovich, 1981.
- [62] Flower, L.S., Hayes, J.R. Problem-solving strategies and the writing process. College English, 1977, 39(4): 449-461.
- [63] Minto, B. The Pyramid Princile: Logic in Writing and Thinking. London: Prentice Hall/Financial Times, 2002.
- [64] Frank, S.D. Remember Everything You Read. New York: Times Books/Random House, 1990.
- [65] Sternberg, R.J., Frensch, P.A. Complex Problem Solving, Principles and Mechanisms. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1991.
- [66] Yao, Y.Y. Structured writing with granular computing strategies//2007 IEEE International Conference on Granular Computing, San Jose, USA, 2007:

72-77.

- [67] Simpson, S.G. What is foundations of mathematics.
<http://www.math.psu.edu/simpson/hierarchy.html>
- [68] Peikoff, L. Objectivism: the Philosophy of Ayn Rand. New York: Dutton, 1991.
- [69] Reif, F., Heller, J. Knowledge structure and problem solving in physics. Educational Psychologist, 1982, 17(2): 102-127.
- [70] Cermak, L.S., Craik, F.I.M. Levels of Processing in Human Memory. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1979.
- [71] Craik, F.I.M. Levels of processing: past, present ... and future?. Memory, 2002, 10(5-6): 305-318.
- [72] Craik, F.I.M., Lockhart, R.S. Levels of processing: a framework for memory research. Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 1972, 11(6): 671-684.
- [73] Selfridge, O.G. Pandemonium: a paradigm for learning// The Symposium on Mechanisation of Thought Processes, London, 1959: 511-529.
- [74] Downes, S.M. Evolutionary Psychology, Stanford Encyclopedia of Philosophy. <http://plato.stanford.edu/entries/evolutionary-psychology/>
- [75] Fischer, K.W. A theory of cognitive development: the control and construction of hierarchical skills. Psychological Review, 1980, 87(2): 477-531.
- [76] Minsky, M. The Emotion Machine: Commonsense Thinking, Artificial Intelligence, and the Future of the Human Mind. New York: Simon & Schuster Paperbacks, 2007.
- [77] Hawkins, J., Blakeslee, S. On Intelligence. New York: Henry Holt and Company, 2004.
- [78] Wang, Y., Wang, Y., Patel, S., Patel, D. A layered reference model of the brain. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (C), 2003, 36(2): 124-133.
- [79] Zhong, N. Impending brain informatics research from web intelligence perspective. International Journal of Information Technology and Decision Making, 2006, 5(4): 713-727.
- [80] Zhong, N., Liu, J., Yao, Y.Y., Wu, J., Liu, S. Web intelligence meets brain informatics. Berlin: Springer, 2007.
- [81] Gilhooly, K.J. Human and Machine Problem Solving. New York: Plenum Press, 1989.

- [82] Minsky, M. *The Society of Mind*. New York: Simon & Schuster Paperbacks, 1988.
- [83] Moravec, H. *Mind Children, the future of robot and human intelligence*. Cambridge: Harvard University Press, 1988.
- [84] Dahl, O.J., Dijkstra, E.W., Hoare, C.A.R. *Structured Programming*. New York: Academic Press, 1972.
- [85] Kernighan, B.W., Plauger, P.J. *The Elements of Programming Style*. New York: McGraw-Hill, 1978.
- [86] Ledgard, H.F., Gueras, J.F., Nagin, P.A. *PASCAL with Style: Programming Proverbs*. New Jersey: Hayden Book Company, 1979.
- [87] Wirth, N. Program development by stepwise refinement. *Communications of the ACM*, 1971, 14(4): 221-227.
- [88] Knuth, D.E. Literate programming. *The Computer Journal*, 1984, 27(2): 97-111.
- [89] Beveridge, W.I.B. *The art of scientific investigation*. New York: Vintage Books, 1967.
- [90] Martella, R.C., Nelson, R., Marchard-Martella, N.E. *Research Methods: Learning to Become a Critical Research Consumer*. Boston: Allyn & Bacon, 1999.
- [91] Wing, J.M. Computational thinking. *Communication of the ACM*, 2006, 49(3): 33-35.
- [92] Bloom, H. *Global Brain: the Evolution of Mass Mind from the Big Bang to the 21st Century*. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [93] Capra, F. *The Web of Life*. New York: Anchor Books, 1997.
- [94] Capra, F. *The Hidden Connections: A Science for Sustainable Living*. New York: Anchor Books, 2002.
- [95] Simon, H.A. *The organization of complex systems// Hierarchy Theory, The Challenge of Complex Systems*. New York: George Braziller, 1963: 1-27.
- [96] Ahl, V., Allen, T.F.H. *Hierarchy Theory, A Vision, Vocabulary and Epistemology*. New York: Columbia University Press, 1996.
- [97] Pattee, H.H. *Hierarchy Theory, the Challenge of Complex Systems*. New York: George Braziller, 1973.
- [98] Salthe, S.N. *Evolving Hierarchical Systems, Their Structure and Representation*. New York: Columbia University Press, 1985.
- [99] Arrow, H., McGrath, J.E., Berdahl, J.L. *Small Groups as Complex Systems: Formation, Coordination, Development, and Applications*. California: Sage

Publications, 2000.

- [100] Friske, M. Teaching proofs: a lesson from software engineering. *American Mathematical Monthly*, 1995, 92: 142-144.
- [101] Leron, U. Structuring mathematical proofs. *American Mathematical Monthly*. 1983, 90(3): 174-185.
- [102] Kumar, R., Punera, K. Tomkins, A. Hierarchical topic segmentation of websites//The 12th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, Philadelphia, USA , 2006: 257 – 266.
- [103] Bateson, G. *Mind and Nature: A Necessary Unity*. New York: E.P. Dutton, 1979.
- [104] Polya, G. *How to Solve It* (2nd edition). Princeton: Princeton University Press, 1957.
- [105] Laszlo, E. *The Systems View of the World: The Natural Philosophy of the New Developments in the Science*. New York: George Brasiller, 1972.
- [106] Lilienfeld, R. *The Rise of Systems Theory: An Ideological Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1978
- [107] Mitchell, M. *Complexity, A Guide Tour*. Oxford: Oxford University Press, 2009.
- [108] Skyttner, L. *General Systems Theory: Ideas and Applications*. Singapore: World Scientific, 2001.
- [109] Descartes, R (Translated by Bennett, J.). *Discourse on the Method of Rightly Conducting one's Reason and Seeking Truth in the Sciences*.
www.earlymoderntexts.com/pdf/descdisc.pdf
- [110] Knuth, D.E. Structured programming with go to statements. *ACM Computing Surveys*. 1974, 6(4): 261-301.
- [111] Hofstadter, D.R., Godel, E. *Bach: an Eternal Golden Braid* (the 20th-anniversary Edition). New York: Basic Books, 1999.
- [112] Johnson, S. *Emergence*. New York: Scribner, 2001.
- [113] Kluger, J. *Simplicity, Why Simple Things Become Complex (and Complex Thing Can be Made Simple)*. New York: Hyperion, 2008.
- [114] Levitin, D.J. *This is Your Brain on Music, the Science of a Human Obsession*. New York: Plume, 2007.
- [115] Marr, D. *Vision, A Computational Investigation into Human Representation and Processing of Visual Information*. San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1982.
- [116] Mitchell, M. *Complexity, A Guide Tour*. Oxford: Oxford University Press,

2009.

- [117] De Groot, A. Thought and Choice in Chess. The Hague: Mouton De Gruyter, 1965.
- [118] Shiu, L.P., Sin, C.Y. Top-down, middle-out, and bottom-up processes: a cognitive perspective of teaching and learning economics. *International Review of Economics Education*, 2006, 5(1): 60-72.
- [119] Chee, Y.K. Survey of progressive image transmission methods. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 1999, 10(1): 3-19.
- [120] Ireton, M.A., Xydeas, C.S. A progressive encoding technique for binary images//*IEE Colloquium on Low Bit Rate Image Coding*, London, 1990: 11/1-11/4.
- [121] Pawlak, Z. Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 1982, 11(5): 341-356.
- [122] Pawlak, Z. *Rough Sets, Theoretical Aspects of Reasoning about Data*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [123] De Boeck, P., Rosenberg, S. Hierarchical classes: model and data analysis. *Psychometrika*, 1988, 53(3): 361-381.
- [124] De Boeck, P., Van Mechelen, I. Traits and taxonomies: a hierarchical classes approach. *European Journal of Personality*, 1990, 4(2): 147-156.
- [125] Ganter, B., Wille, R. *Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations*. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [126] Wille, R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts//*Lecture Notes in Artificial Intelligence 5548*. Berlin: Springer, 2009: 314-339.
- [127] Doignon J. P., Falmagne, J. C. Spaces for the assessment of knowledge. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1985, 23(2): 175-196.
- [128] Doignon, J.P., Falmagne, J.C. *Knowledge Spaces*. Berlin: Springer, 1999.
- [129] Chen, Y.H., Yao, Y.Y. A multiview approach for intelligent data analysis based on data operators. *Information Sciences*, 2008, 178(1): 1-20.
- [130] Chen, D.G., Wang, C.Z., Hu, Q.H. A new approach to attribute reduction of consistent and inconsistent covering decision systems with covering rough sets. *Information Sciences*, 2007, 177(17): 3500-3518.
- [131] Liang, J.Y., Wang, J.H., Qian, Y.H. A new measure of uncertainty based on knowledge granulation for rough sets. *Information Sciences*, 2009, 179(4): 458-470.
- [132] Liu, G.L., Zhu, W. The algebraic structures of generalized rough set theory.

- Information Sciences, 2008, 178(21): 4105-4113.
- [133] Mi, J.S., Wu, W.Z., Zhang, W.X. Approaches to knowledge reduction based on variable precision rough set model. Information Sciences, 2004, 159(2): 255-272.
- [134] Pei, D.W. On definable concepts of rough set models. Information Sciences 2007, 177(19): 4230-4239.
- [135] Pei, D.W., Xu, Z.B. Transformation of rough set models. Knowledge-Based System, 2007, 20(8): 745-751.
- [136] Qian, Y.H., Dang, C.Y., Liang, J.Y., Tang, D.W. Set-valued ordered information systems. Information Sciences, 2009, 179(16): 2809-2832.
- [137] Qian, Y.H., Liang, J.Y., Dang, C.Y. Knowledge structure, knowledge granulation and knowledge distance in a knowledge base. International Journal of Approximation Reasoning, 2009, 50(1): 174-188.
- [138] Wang, C.Z., Wu, C.X., Chen, D.G. A systematic study on attribute reduction with rough sets based on general binary relations. Information Sciences, 2008, 178(9): 2237-2261.
- [139] Wu, W.Z. Attribute reduction based on evidence theory in incomplete decision systems. Information Sciences, 2008, 178(5): 1355-1371.
- [140] Wu, W.Z., Leung, Y., Zhang, W.Z. On Generalized Rough Fuzzy Approximation Operators. Transaction on Rough Sets, 2006, LNCS 4100: 263-284.
- [141] Zhang, Y.L., Li, J.J., Wu, W.Z. On axiomatic characterizations of three pairs of covering based approximation operators. Information Sciences, 2010, 180(2): 274-287.
- [142] Zhu, W. Relationship among basic concepts in covering-based rough sets. Information Sciences, 2009, 179(14): 2478-2486.
- [143] Zhu, W. Relationship between generalized rough sets based on binary relation and covering. Information Sciences, 2009, 179(3): 210-225.
- [144] Zhu, W., Wang, F.Y. On three types of covering-based rough sets. IEEE Transaction on Knowledge Data Engineering, 2007, 19(8): 1131-1144.
- [145] Dubois, D., Prade, H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets. International Journal of General Systems, 1990, 17(2-3): 191-209.
- [146] Hu, Q.H., Yu, D.R., Xie, Z.X. Information-preserving hybrid data reduction based on fuzzy-rough techniques. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(5): 414-423.
- [147] Hu, Q.H., Yu, D.R., Liu, J.F., Wu, C.X. Neighborhood rough set based

- heterogeneous feature subset selection. *Information Sciences*, 2008, 178(18): 3577-3594.
- [148] Hu, Q.H., Yu, D.R., Xie, Z.X., Liu, J.F. Fuzzy Probabilistic Approximation Spaces and Their Information Measures. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 2006, 14(2): 191-201.
- [149] Wu, W.Z., Leung, Y., Zhang, W.X. On Generalized Rough Fuzzy Approximation Operators. *Transaction on Rough Sets*, 2006, LNCS 4100: 263-284.
- [150] Yao, Y.Y. Combination of rough and fuzzy sets based on alpha-level sets//*Rough Sets and Data Mining: Analysis for Imprecise Data*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997: 301-321.
- [151] Yao, Y.Y. A comparative study of fuzzy sets and rough sets. *Information Sciences*, 1998, 109(1-4): 227-242.
- [152] Yao, Y.Y. Semantics of fuzzy sets in rough set theory. *Transactions on Rough Sets*, 2004, LNCS 3135: 310-331.
- [153] Zhou, L., Wu, W.Z. On generalized intuitionistic fuzzy rough approximation operators. *Information Sciences*, 2008, 178(11): 2448-2465.
- [154] Shao, M.W., Liu, M., Zhang, W.X. Set approximations in fuzzy formal concept analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(23): 2627-2640.
- [155] Yao, Y.Y. A Comparative Study of Formal Concept Analysis and Rough Set Theory in Data Analysis, *Rough Sets and Current Trends in Computing//Lecture Notes in Computer Science 3066*. Berlin: Springer, 2004: 59-68.
- [156] Yao, Y.Y. Concept Lattices in Rough Set Theory//*Proceedings of 2004 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society, Alberta, Canada, 2004*: 796-801.
- [157] Yao, Y.Y., Chen, Y.H. Rough set approximations in formal concept analysis. *Transactions on Rough Sets*, 2006, LNCS 4100: 285-305.
- [158] Zhang, W.X., Ma, J.M., Fan, S.Q. Variable threshold concept lattices. *Information Sciences*, 2007, 177(22): 4883-4892.
- [159] 张文修, 姚一豫, 梁怡. 粗糙集与概念格. 西安: 西安交通大学出版社, 2006.
- [160] 张铃, 张钺. 问题求解的理论及应用—商空间粒度计算理论与应用. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [161] Zhang, B., Zhang, L. *Theory and Applications of Problem Solving*. Amsterdam: North-Holland, 1992.
- [162] Zhang, L., Zhang, B. The quotient space theory of problem solving.

姚一豫(Yiyu Yao). 粒计算三元论.

张燕平, 罗斌, 姚一豫, 苗夺谦, 王国胤, 张铃, 张钹. 商空间与粒计算—结构化问题求解理论与方法. 北京: 科学出版社, 2010, 115~143.

Fundamenta Informatcae, 2004, 59(2-3): 287-298.

- [163] Liu, J., Jin, X., Tsui, K. *Autonomy-Oriented Computing: From Problem Solving to Complex Systems Modeling*. Boston: Kluwer Academic, 2005.
- [164] Liu, J., Tsui, K.C. Toward nature-inspired computing. *Communications of the ACM*, 2006, 49(10): 59-64.
- [165] 姚一豫. 粒计算的艺术//粒计算: 过去、现在与展望. 北京: 科学出版社. 2007: 1-20.
- [166] Miller, G. A. The magical number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 1956, 63(2): 81-97.